Национальный исследовательский университет «МИЭТ»

Отчет о проделанной лабораторной работе №4

По предмету: Численные методы

На тему: Дифференцирование функции, заданной таблично

Выполнила Марина Алина

Группа ПИН-24

03.04.2021

Задание №1

Выберите некоторую функцию (например, sin x, cos x, exp x, sh x, ch x, ln x, . . . ) и некоторую точку x из области определения функции. Найдите значение производной функции в выбранной точке (используя любую формулу численного дифференцирования) с точностью 10^(−3) , 10^(−6) . Пользоваться точным значением производной в качестве эталона запрещено

clear

clc

syms x

h=0.1;

r=1;

while abs(r)>0.0001

f=cos(x);

xi= 1;

dy=(subs(f,x,xi)-subs(f,x,xi-h))/h;

i=xi-h:1e-03:xi;

diff\_f = diff(f,x,2);

r=subs(diff\_f,x,i)\*h/2;

r=max(r);

h=h/2;

end

disp('Шаг h:')

vpa(h\*2)

disp('Значение производной в x')

vpa(dy)

disp('Погрешность')

vpa(r)

Command window

Шаг h:

ans =

0.0001953125

Значение производной в x

ans =

-0.84141821556107837183294969219478

Погрешность

ans =

-0.000052779945836266258839886252971654

----------------------------------------

**Для h=0.0001**

Шаг h:

ans =

0.0001953125

Значение производной в x

ans =

-0.84141821556107837183294969219478

Погрешность

ans =

-0.000052771729112995807952480373469414

………………………………………………………………………………..

Задание №2

Выберите некоторую функцию (например, sin x, cos x, exp x, sh x, ch x, ln x, . . . ) и некоторую точку x из области определения функции. Сравните погрешности у формул с разными порядками погрешностей (например . Для последовательности убывающих шагов (например, h = 1/ 2 , 1/ 4 , 1 /8 ). С какими скоростями убывают погрешности для каждой формулы? Дайте теоретическую оценку и подтвердите ответ экспериментом

clear

clc

h=0.5;

syms x

r1=[];

r2=[];

epsr1=[];

epsr2=[];

i=1;

while h>1/32

f=sin(x);

xi=pi/4;

ddy1=(subs(f,x,xi)-subs(f,x,xi-h))/h;

i=xi-h:1e-04:xi;

diff\_f1 = diff(f,x,2);

r=subs(diff\_f1,x,i)\*h./2;

r=max(r);

h=h/2;

ddy2=(subs(f,x,xi)-subs(f,x,xi-h))/2\*h;

i=xi-h:1e-04:xi;

diff\_f2 = diff(f,x,2);

r1=subs(diff\_f2,x,i)\*h^2/6;

j=xi:1e-04:xi+h;

r2=subs(diff\_f2,x,i)\*h^2/6;

r=max(r1+r2);

if i==1

eps1=abs(r1(i));

eps2=abs(r2(i));

end

disp(['Шаг h ',num2str(h)])

disp('Значение производной в pi/4')

ddy1=vpa(ddy1)

disp('Значение производной в pi/4 ')

ddy2=vpa(ddy2)

h=h/2;

i=i+1;

end

k=i-1;

disp('Практическая погрешность для О(h) ')

r1=abs(r1)

disp('Практическая погрешность для О(h^2) ')

r2=abs(r2)

epsr1(1)=eps1;

for i=2:1:k

epsr1(i)=epsr1(i-1)/2;

end

i=0;

epsr2(1)=eps2;

for i=2:1:k

epsr2(i)=epsr2(i-1)/2^2;

end

disp('Теоретическая погрешность для О(h) ')

epsr1

disp('Теоретическая погрешность для О(h^2) ')

epsr2

i=1:1:k;

hold on

grid on

plot(i,r1,'r\*')

plot(i,epsr1,'go')

plot(i,abs(r2),'b\*')

plot(i,epsr2,'ko')

Command window



***Шаг h= 0.5***

Значение производной в pi/4

ddy1 =

0.85113450008769367434462139068641

Значение производной в pi/4

ddy2 =0.67801009884208974866795695751234

***Шаг h= 0.25***

Значение производной в pi/4

ddy1 = 0.78769301880137701965720508232721

Значение производной в pi/4

ddy2 = 0.69976406912509387967935942921806

***Шаг h= 0.125***

Значение производной в pi/4

ddy1 = 0.74940345464427857716934216684583

Значение производной в pi/4

ddy2 = 0.70526679535455480292235103458894

***Шаг h 0.0625***

Значение производной в pi/4

ddy1 = 0.72873640990059276234271524562043

Значение производной в pi/4

ddy2 = 0.7066465151141273611326723787379

Практическая погрешность для О(h)

r1 = 0.1768 0.0884 0.0442 0.0221

Практическая погрешность для О(h^2)

r2 = 0.0412 0.0127 0.0034 0.0009

Теоретическая погрешность для О(h)

epsr1 = 0.1768 0.0884 0.0442 0.0221

Теоретическая погрешность для О(h^2)

epsr2 = 0.0412 0.0103 0.0026 0.0006

Порядки теоретических и соответствующих практических погрешностей совпадают.

…………………………………………………………………………………

Задание №3

Неустойчивость численного дифференцирования. Выберите некоторую функцию (например, sin x, cos x, exp x, sh x, ch x, ln x, . . . ) и некоторую точку x из области определения функции. Попробуйте применить формулу  для стремящейся к нулю последовательности h = 1/ 2 , 1/ 4 , 1/ 8 , 1 /16, . . .). Будет ли погрешность  монотонно убывать при уменьшении h? Сравните практический и теоретический результаты.

clear

clc

h=0.5;

syms x

r2=[];

i=1;

eps=[];

while h>1/512

f=sin(x);

xi=pi/4;

ddy2=(subs(f,x,xi)-subs(f,x,xi-h))/2\*h;

i=xi-h:1e-04:xi;

diff\_f2 = diff(f,x,2);

r1=subs(diff\_f2,x,i)\*h^2/6;

j=xi:1e-04:xi+h;

r2=subs(diff\_f2,x,i)\*h^2/6;

r=max(r1+r2);

if i==1

eps2=abs(r2(i))

end

eps(i)=abs(vpa(subs(diff(f),'x',xi))-vpa(ddy2));

disp(['Шаг h ',num2str(h)])

disp('Значение производной в pi/4 ')

ddy2=vpa(ddy2)

h=h/2;

i=i+1;

end

k=i-1;

epsr2(1)=eps2;

for i=2:1:k

epsr2(i)=epsr2(i-1)/2^2;

end

disp('Теоретическая погрешность ')

epsr2

disp('Практическая погрешность ')

eps i=1:1:k;

hold on

grid on

plot(i,eps,'r\*')

plot(i,epsr2,'blacko')

Command window

Шаг h 0.5

Значение производной в pi/4

ddy2 =

0.67801009884208974866795695751234

Шаг h 0.25

Значение производной в pi/4

ddy2 =

0.69976406912509387967935942921806

Шаг h 0.125

Значение производной в pi/4

ddy2 =

0.70526679535455480292235103458894

Шаг h 0.0625

Значение производной в pi/4

ddy2 =

0.7066465151141273611326723787379

Шаг h 0.03125

Значение производной в pi/4

ddy2 =

0.70699169781166293770866259780665

Шаг h 0.015625

Значение производной в pi/4

ddy2 =

0.70707800928918580503556636170814

Шаг h 0.0078125

Значение производной в pi/4

ddy2 =

0.70709958814635313850059369498172

Шаг h 0.0039063

Значение производной в pi/4

ddy2 =

0.70710498292238304846418985504327

Теоретическая погрешность

epsr2 =

0.0412 0.0103 0.0026 0.0006 0.0002 0.0000 0.0000 0.0000

Практическая погрешность

eps =

0.0291 0.0073 0.0018 0.0005 0.0001 0.0000 0.0000 0.0000



Теоретическая погрешность – кружочками.

Теоретическая погрешность больше практической, но обе погрешности монотонно убывают